Université Paris Nanterre

Année universitaire 2018-2019

Université Paris Nanterre UFR SEGMI

Licence 2 Économie-Gestion
Marché et coordination

Correction du Contrôle continu

Samedi 10 novembre 2018

Cette correction ne saurait être utilisée pour une réclamation de points, notamment du fait que la qualité et la clarté de l'expression écrite sont prises en compte.

Exercice 1 : (10 points)

1. (1 point) Sa contrainte budgétaire est de la forme : $R = x_1 + px_2$.
2. (1 point) $1 = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \quad \Leftrightarrow \quad x_2 = 1 - 2\sqrt{x_1} + x_1$.

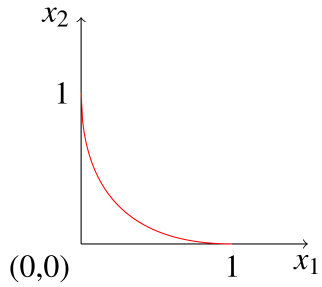

FIGURE 1 – Courbe d'indifférence pour une utilité de 1.

3. (1 point)

$$\max_{x,y} \quad U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} \, ;$$

$$\text{sous la contrainte } R = x_1 + px_2 \, .$$

4. (3 points) *Décomposition : 1 point pour le Lagrangien (ou méthode équivalente), 1 point pour l'écriture des CPO, 1 point pour le résultat final.*

   Le problème est suffisamment bien défini pour qu'il puisse se ramener à l'étude des optimums sur une autre fonction, dite "Lagrangien", qui est déduite des précédentes. Soit λ un réel non nul, nous nous ramenons au problème suivant :

$$\max_{x_1, x_2, \lambda} \quad \mathscr{L}(x_1, x_2, \lambda) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} + \lambda\,(R - x_1 - px_2) \, .$$

Les conditions nécessaires de ce problème sont (remarque : les courbes d'indifférence étant strictement convexes et la contrainte linéaire, ces conditions nécessaires seront aussi suffisantes) :

$$\left\{\begin{array}{rcl}\frac{\partial\mathscr{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x} & = & 0\,;\\ \frac{\partial\mathscr{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial y} & = & 0\,;\\ \frac{\partial\mathscr{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial \lambda} & = & 0\,;\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl}\frac{1}{2\sqrt{x_1}}-\lambda & = & 0\,;\\ \frac{1}{2\sqrt{x_2}}-\lambda p & = & 0\,;\\ R-x_1-px_2 & = & 0\,;\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl}x_2^\star & = & \frac{R}{p(1+p)}\,;\\ x_1^\star & = & \frac{pR}{1+p}\,;\\ \lambda^\star & = & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1+p}{pR}}\,.\end{array}\right.$$

5. (1 point) Les fonctions de demande des biens 1 et 2 sont assez habituelles. Elle sont croissantes avec le revenu. La fonction de demande du bien 2 est décroissante du prix du bien 2. La fonction de demande du bien 1 est croissante du prix du bien 2 (dérivée de $x_1^{\star\prime}(p) = \frac{R}{(1+p)^2} > 0$).
6. (1,5 point) *Décomposition : 1 point pour la définition, 0,5 point pour le graphique.*

   Le sentier d'expansion du revenu représente, à prix fixes, le lieu géométrique des paniers maximisant l'utilité lorsque le revenu varie.

   Pour $p = 1$, nous avons $x_1^\star = \frac{R}{2}$. Et $x_2^\star = \frac{R}{2} = x_1^\star$. Le sentier d'expansion est la droite d'équation $x_2 = x_1$.

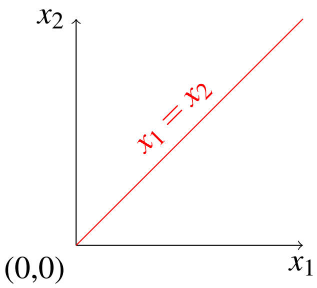

FIGURE 2 – Sentier d'expansion pour p=1.

7. (1,5 point) *Décomposition : 1 point pour le graphique, 0,5 point pour l'exemple.*

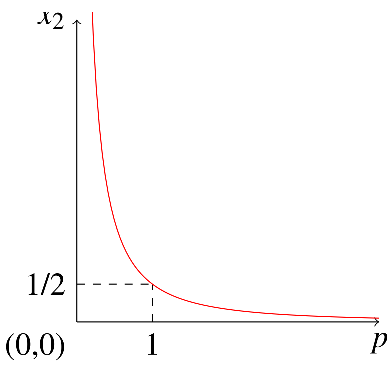

FIGURE 3 – Fonction de demande pour $R = 1$.

La fonction de demande en bien 2 est décroissante en prix du bien 2 et croissante avec le revenu, et n'est jamais nulle. Nous pouvons penser à des produits de type loisir, comme le cinéma ou les places de théâtre.

Exercice 2 : (7 points)

1. **(2 points)** Quelle est l'attitude d'Aude face au risque ? Pourquoi ?

   Pour obtenir son aversion au risque, on calcule sa dérivée seconde. Notez que la dérivée première est donnée dans l'exercice précédent.

   $$U'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

   $$U''(x) = -\frac{1}{2x^{3/2}} < 0, \forall x > 0$$

   La dérivée seconde est strictement négative, la fonction d'utilité d'Aude est donc strictement concave. Elle est donc risquophobe.

   1 point pour la bonne dérivée seconde, 1 point pour le commentaire.

2. **(2 points)** Jouera-t-elle à ce jeu ? Pourquoi ?

   Pour savoir si Aude jouera à ce jeu, on calcule l'utilité espérée du jeu et on la compare avec son utilité si elle ne joue pas. Si Aude ne joue pas, elle aura comme utilité :

   $$U(W) = 2\sqrt{W}$$

   Si elle joue, son utilité sera de :

   $$\begin{aligned} EU(jouer) &= \frac{5}{6}U(0) + \frac{1}{6}U(100W) \\ &= \frac{5}{6}2\sqrt{0} + \frac{1}{6}2\sqrt{100W} \\ &= \frac{10}{3}\sqrt{W} \\ &> U(W) \end{aligned}$$

   L'utilité espérée du jeu est supérieure à l'utilité de ne pas jouer, elle jouera donc au jeu.

   1 point pour le calcul, 1 point pour le résultat et la définition.

3. **(3 points)** Calculez l'équivalent certain de cette loterie et la prime de risque. Expliquez et commentez.

   L'équivalent certain, noté EC, est tel que l'utilité de l'équivalent certain est égale à celle du jeu :

$$
\begin{aligned}
U(EC) &= EU(jouer) \\
\Leftrightarrow 2\sqrt{EC} &= \frac{20}{6}\sqrt{W} \\
\Leftrightarrow EC &= \frac{100}{36}W
\end{aligned}
$$

L'équivalent certain de ce jeu est de $100/36W$.

La prime de risque ρ est la différence entre la valeur espérée de ce jeu et l'équivalent certain.

$$
\begin{aligned}
\rho(jouer) &= E(jouer) - EC \\
&= \frac{1}{6}100W - \frac{100}{36}W \\
&= \frac{500}{36}W \\
&> 0
\end{aligned}
$$

La prime de risque de ce jeu est positive pour Aude, ce qui est une autre manière de montrer qu'elle est averse au risque. La prime de risque représente montant maximal qu'Aude est prête à payer pour échanger le jeu risqué contre l'espérance de ce jeu avec certitude.

1 point pour l'équivalent certain, 1 pour la prime de risque, 1 point pour les commentaires.

Exercice 3 : (3 points)

1. (1,5 point) Il faut calculer, à consommations égales, son taux marginal de substitution de sa consommation en période 2 à sa consommation en période 1. S'il est supérieur à l'unité, l'individu a une préférence (absolue) pour le présent. S'il est inférieur à l'unité, l'individu a préférence (absolue) pour le futur. Enfin, s'il est égal à l'unité, l'individu est neutre à la temporalité de sa consommation.
2. (1,5 point) Il faut calculer, lorsque l'individu n'épargne pas, son taux marginal de substitution de sa consommation en période 2 à sa consommation en période 1. S'il est supérieur au facteur d'intérêt réel, l'individu préfère emprunter. S'il est inférieur au facteur d'intérêt réel, l'individu préfère prêter. Enfin, s'il lui est égal, l'individu ne souhaite pas changer sa situation (ni emprunt ni prêt).