Licence 2 Économie-Gestion
Marché et coordination

Correction du Contrôle continu

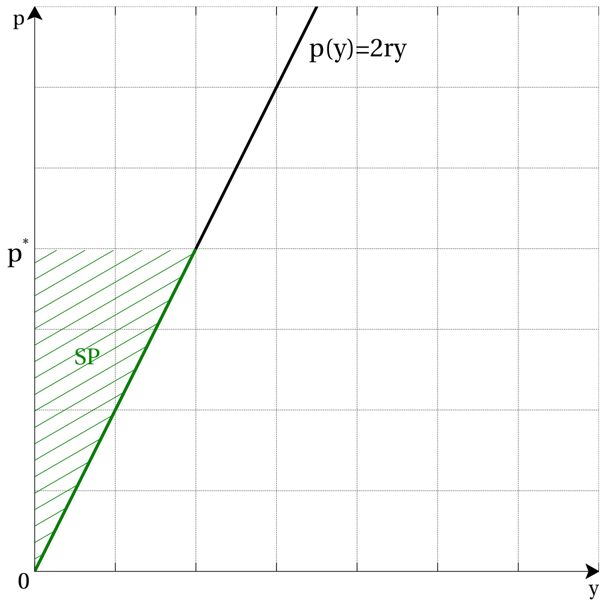
Samedi 1er décembre 2018

Cette correction ne saurait être utilisée pour une réclamation de points, notamment du fait que la qualité et la clarté de l'expression écrite sont prises en compte.

Exercice 1 : (10 points)

1. (2 points) Elle maximise son profit en x en tenant compte de sa technologie (on remarque que le profit est strictement concave en x, la condition nécessaire sera donc aussi suffisante) :
$$\max_x \pi(x) = p\sqrt{x} - rx \,.$$
La condition du premier ordre s'obtient par :
$$\pi'(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{p}{2\sqrt{x}} - r = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sqrt{x} = \frac{p}{2r} \quad \Leftrightarrow \quad x^\star = \frac{p^2}{4r^2}$$
Sa demande de facteur est croissante avec le prix de vente, et décroissante avec le coût du facteur.
2. (2 points) Directement, son offre est donnée par : $y^s = \sqrt{x^\star} = \frac{p}{2r}$. Son offre est également croissante avec le prix de vente, et décroissante avec le coût du facteur.

3. (2 points) $\text{SP} = \frac{p\frac{p}{2r}}{2} = \frac{p^2}{4r}$.



4. (2 points) $\pi(p,r) = py^s(p,r) - rx(p,r) = p\frac{p}{2r} - r\frac{p^2}{4r^2} = \frac{p^2}{2r} - \frac{p^2}{4r} = \frac{p^2}{4r}$. Le profit maximal est d'autant plus élevé que le prix de vente est élevé, et que le coût du facteur est faible. En l'absence de coût fixe, il est égal au surplus.

5. (2 points) Il suffit de résoudre l'équation suivante :

$$\begin{aligned} & \pi(1,1) = \pi(p',2)\ ; \\ \Leftrightarrow \quad & \frac{1}{4} = \frac{p'^2}{4\times 2}\ ; \\ \Leftrightarrow \quad & p' = \sqrt{2}\ . \end{aligned} \tag{1}$$

La subvention doit donc s'élever à $\Delta p = p' - p = \sqrt{2} - 1 \approx 0,41$.
$\text{SP} = \frac{1}{4}$ et $\text{SP}' = \frac{(\sqrt{2})^2}{4\times 2} = \frac{1}{4}$.

6. (Bonus : 2 points) Directement de la fonction de production : $x = y^2$, donc $\text{CT}(y) = ry^2$.

$$\max_y \pi(y) = py - ry^2\ .$$

CPO : $p - 2ry^s = 0 \Leftrightarrow y^s = \frac{p}{2r}$.

Exercice 2 : (10 points)

1. (1 point)

$$\max_{x,y} \quad U(x,y) = \sqrt{x} + y \,;$$
$$\text{sous la contrainte } R = px + y \,.$$

2. (3 points) *Décomposition : 1 point pour le Lagrangien (ou méthode équivalente), 1 point pour l'écriture des CPO et les fonctions de demande, 1 point pour le commentaire.*

   Le problème est suffisamment bien défini pour qu'il puisse se ramener à l'étude des optimums sur une autre fonction, dite "Lagrangien", qui est déduite des précédentes. Soit λ un réel non nul, nous nous ramenons au problème suivant :

$$\max_{x_1,x_2,\lambda} \quad \mathscr{L}(x_1,x_2,\lambda) = \sqrt{x} + y + \lambda\,(R - px - y) \;.$$

   Les conditions nécessaires de ce problème sont (remarque : les courbes d'indifférence étant strictement convexes et la contrainte linéaire, ces conditions nécessaires seront aussi suffisantes) :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \frac{\partial \mathscr{L}(x,y,\lambda)}{\partial x} & = & 0\,; \\ \frac{\partial \mathscr{L}(x,y,\lambda)}{\partial y} & = & 0\,; \\ \frac{\partial \mathscr{L}(x,y,\lambda)}{\partial \lambda} & = & 0\,; \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{\begin{array}{rcl} \frac{1}{2\sqrt{x}} - \lambda p & = & 0\,; \\ 1 - \lambda & = & 0\,; \\ R - px - y & = & 0\,; \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \quad \left\{\begin{array}{rcl} x^\star & = & \frac{1}{4p^2}\,; \\ \lambda^\star & = & 1\,; \\ y^\star & = & R - \frac{1}{4p}\,. \end{array}\right.$$

   La fonction de demande de bien y est assez habituelle. Elle est croissante en revenu et décroissante en prix du bien x (biens substituables). En revanche, la demande de bien x est plus inhabituelle. Elle est bien décroissante en son prix, mais elle ne dépend pas du revenu.

3. (1 point) $V(p,R) = \sqrt{\frac{1}{4p^2}} + R - \frac{1}{4p} = R + \frac{1}{4p}$

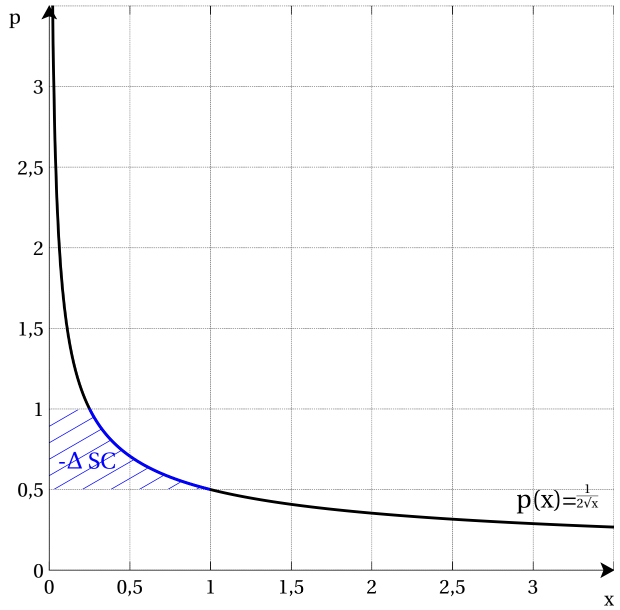
4. (3 points) *Décomposition : 1 point pour les demandes au seuil, 1 point pour les demandes en deça, 1 point pour le commentaire.*

   Si $R = \frac{1}{4p}$, nous avons $y^\star = 0$. Dès lors, tout le revenu est dépensé en bien x. Nous avons donc $R = px^\star \;\Leftrightarrow\; x^\star = \frac{R}{p} \;\Leftrightarrow\; x^\star = \frac{1}{4p^2}$.

   Ceci se généralise pour $R < \frac{1}{4p}$. En effet, nous avons toujours $y^\star = 0$ puisque une demande ne peut pas être négative. Nous avons donc $R = px^\star \;\Leftrightarrow\; x^\star = \frac{R}{p}$.

   Nous avions dit plus haut que la demande en bien x ne dépendait pas du revenu. Cela n'était que partiellement juste. Si le revenu devient trop faible, le consommateur ne consommera que de ce bien, sa demande dépendrait dès lors bien du revenu. Nous pouvons en donner un exemple (non demandé). Si y représente des chaussures et x du pain. Le consommateur peut avoir une consommation de chaussures qui dépende du revenu, et de pain qui en soit indépendante. Mais si son revenu ne lui permet pas de satisfaire sa consommation des deux biens à la fois, il peut décider de ne consommer que du pain. Dans ce cas, les caractéristiques s'inversent (localement) : la demande de chaussures ne dépend plus du revenu, alors que celle de pain ne dépend que du revenu !

5. (2 points) Le surplus du consommateur diminue d'un montant égal à l'aire à gauche de



la courbe de demande inverse, entre $p = 0,5$ et $p = 1$.

6. (Bonus : 3 points)

$$\Delta \mathrm{SC} = -\int_{\frac{1}{2}}^{1} x(p)\mathrm{d}p = -\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{4p^2}\mathrm{d}p = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{p}\right]_{\frac{1}{2}}^{1} = \frac{1}{4}(1-2) = -\frac{1}{4}. \tag{2}$$

$\Delta V = V(1,R) - V\left(\frac{1}{2},R\right) = R + \frac{1}{4} - (R + \frac{1}{2}) = -\frac{1}{4}$. La variation d'utilité est bien égale à la variation du surplus du consommateur. Ceci est dû à la caractéristique de l'utilité quasi-linéaire. Nous pouvons remarquer que l'utilité marginale de x est égale au prix du bien x. En intégrant des deux côtés, il vient une égalité entre l'utilité et le surplus du consommateur. Plus fondamentalement, la demande de bien x ne dépendant pas du revenu, la variation du prix du marché en question est la seule information pertinente dont nous avons besoin en équilibre partiel. Les variations du surpus du consommateur représentent donc ici parfaitement les variations de bien-être.